



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

Taller de Recuperación de matemáticas de decimo del segundo periodo

CONCEPTOS

1. Una ecuación se llama identidad si es válida para _____ valores de la variable. La ecuación $2x = x + x$ es una identidad algebraica, y la ecuación $\sin^2 x + \cos^2 x = \underline{\hspace{2cm}}$ es una identidad trigonométrica.
2. Para cualquier x es verdadero que $\cos(-x)$ tiene el mismo valor que $\cos x$. Expresamos este hecho como la identidad _____.



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

HABILIDADES

3-12 ■ Escriba la expresión trigonométrica en términos de seno y coseno, y luego simplifique.

3. $\cos t \tan t$

4. $\cos t \csc t$

5. $\sin \theta \sec \theta$

6. $\tan \theta \csc \theta$

7. $\tan^2 x - \sec^2 x$

8. $\frac{\sec x}{\csc x}$

9. $\sin u + \cot u \cos u$

10. $\cos^2 \theta (1 + \tan^2 \theta)$

11. $\frac{\sec \theta - \cos \theta}{\sin \theta}$

12. $\frac{\cot \theta}{\csc \theta - \sin \theta}$

13-26 ■ Simplifique la expresión trigonométrica.

13. $\frac{\sin x \sec x}{\tan x}$

14. $\cos^3 x + \sin^2 x \cos x$

15. $\frac{1 + \cos y}{1 + \sec y}$

16. $\frac{\tan x}{\sec(-x)}$

17. $\frac{\sec^2 x - 1}{\sec^2 x}$

18. $\frac{\sec x - \cos x}{\tan x}$

19. $\frac{1 + \csc x}{\cos x + \cot x}$

20. $\frac{\sin x}{\csc x} + \frac{\cos x}{\sec x}$

21. $\frac{1 + \sin u}{\cos u} + \frac{\cos u}{1 + \sin u}$

22. $\tan x \cos x \csc x$

23. $\frac{2 + \tan^2 x}{\sec^2 x} - 1$

24. $\frac{1 + \cot A}{\csc A}$

25. $\tan \theta + \cos(-\theta) + \tan(-\theta)$

26. $\frac{\cos x}{\sec x + \tan x}$

27. $\frac{\cos x}{\sec x \sin x} = \csc x - \sin x$

28. $\frac{\tan y}{\csc y} = \sec y - \cos y$



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

29-90 ■ Verifique la identidad.

$$29. \frac{\sin \theta}{\tan \theta} = \cos \theta$$

$$30. \frac{\tan x}{\sec x} = \sin x$$

$$31. \frac{\cos u \sec u}{\tan u} = \cot u$$

$$32. \frac{\cot x \sec x}{\csc x} = 1$$

$$33. \sin B + \cos B \cot B = \csc B$$

$$34. \cos(-x) - \sin(-x) = \cos x + \sin x$$

$$35. \cot(-\alpha) \cos(-\alpha) + \sin(-\alpha) = -\csc \alpha$$

$$36. \csc x [\csc x + \sin(-x)] = \cot^2 x$$

$$37. \tan \theta + \cot \theta = \sec \theta \csc \theta$$

$$38. (\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2 \sin x \cos x$$

$$39. (1 - \cos \beta)(1 + \cos \beta) = \frac{1}{\csc^2 \beta}$$

$$40. \frac{\cos x}{\sec x} + \frac{\sin x}{\csc x} = 1$$

$$41. \frac{(\sin x + \cos x)^2}{\sin^2 x - \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{(\sin x - \cos x)^2}$$

$$42. (\sin x + \cos x)^4 = (1 + 2 \sin x \cos x)^2$$

$$43. \frac{\sec t - \cos t}{\sec t} = \sin^2 t$$

$$44. \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = (\sec x - \tan x)^2$$

$$45. \frac{1}{1 - \sin^2 y} = 1 + \tan^2 y$$

$$46. \csc x - \sin x = \cos x \cot x$$

$$47. (\cot x - \csc x)(\cos x + 1) = -\sin x$$

$$48. \sin^4 \theta - \cos^4 \theta = \sin^2 \theta - \cos^2 \theta$$

$$49. (1 - \cos^2 x)(1 + \cot^2 x) = 1$$



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

50. $\cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$

51. $2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x$

52. $(\tan y + \cot y) \sin y \cos y = 1$

53. $\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha}$

54. $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

55. $\tan^2 \theta - \sin^2 \theta = \tan^2 \theta \sin^2 \theta$

56. $\cot^2 \theta \cos^2 \theta = \cot^2 \theta - \cos^2 \theta$

57. $\frac{\sin x - 1}{\sin x + 1} = \frac{-\cos^2 x}{(\sin x + 1)^2}$

58. $\frac{\sin w}{\sin w + \cos w} = \frac{\tan w}{1 + \tan w}$

59. $\frac{(\sin t + \cos t)^2}{\sin t \cos t} = 2 + \sec t \csc t$

60. $\sec t \csc t (\tan t + \cot t) = \sec^2 t + \csc^2 t$

61. $\frac{1 + \tan^2 u}{1 - \tan^2 u} = \frac{1}{\cos^2 u - \sin^2 u}$

62. $\frac{1 + \sec^2 x}{1 + \tan^2 x} = 1 + \cos^2 x$

63. $\frac{\sec x}{\sec x - \tan x} = \sec x (\sec x + \tan x)$

64. $\frac{\sec x + \csc x}{\tan x + \cot x} = \sin x + \cos x$

65. $\sec v - \tan v = \frac{1}{\sec v + \tan v}$

66. $\frac{\sin A}{1 - \cos A} - \cot A = \csc A$



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

$$67. \frac{\sin x + \cos x}{\sec x + \csc x} = \sin x \cos x$$

$$68. \frac{1 - \cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 - \cos x} = 2 \csc x$$

$$69. \frac{\csc x - \cot x}{\sec x - 1} = \cot x \quad 70. \frac{\csc^2 x - \cot^2 x}{\sec^2 x} = \cos^2 x$$

$$71. \tan^2 u - \sec^2 u = \tan^2 u \sec^2 u$$

$$72. \frac{\tan v \sin v}{\tan v + \sin v} = \frac{\tan v - \sin v}{\tan v \sin v}$$

$$73. \sec^4 x - \tan^4 x = \sec^2 x + \tan^2 x$$

$$74. \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \sec \theta + \tan \theta$$

$$75. \frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} = \frac{\sin \theta - \csc \theta}{\cos \theta - \cot \theta}$$

$$76. \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x} = \frac{\cos x + \sin x}{\cos x - \sin x}$$

$$77. \frac{\cos^2 t + \tan^2 t - 1}{\sin^2 t} = \tan^2 t$$

$$78. \frac{1}{1 - \sin x} - \frac{1}{1 + \sin x} = 2 \sec x \tan x$$

$$79. \frac{1}{\sec x + \tan x} + \frac{1}{\sec x - \tan x} = 2 \sec x$$



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

$$80. \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} - \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} = 4 \tan x \sec x$$

$$81. (\tan x + \cot x)^2 = \sec^2 x + \csc^2 x$$

$$82. \tan^2 x - \cot^2 x = \sec^2 x - \csc^2 x$$

$$83. \frac{\sec u - 1}{\sec u + 1} = \frac{1 - \cos u}{1 + \cos u} \quad 84. \frac{\cot x + 1}{\cot x - 1} = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$$

$$85. \frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{\sin x + \cos x} = 1 - \sin x \cos x$$

$$86. \frac{\tan v - \cot v}{\tan^2 v - \cot^2 v} = \sin v \cos v$$

$$87. \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x} = (\tan x + \sec x)^2$$

$$88. \frac{\tan x + \tan y}{\cot x + \cot y} = \tan x \tan y$$

$$89. (\tan x + \cot x)^4 = \csc^4 x \sec^4 x$$

$$90. (\sin \alpha - \tan \alpha)(\cos \alpha - \cot \alpha) = (\cos \alpha - 1)(\sin \alpha - 1)$$

Profundización

El estudiante deberá desarrollar de manera completa y detallada los 85 ejercicios propuestos en el taller del periodo, los cuales están comprendidos desde el literal **a** hasta el **gggg**. Como recurso de apoyo y repaso, puedes consultar el canal de YouTube del docente, donde encontrarás la solución explicada de cada uno de estos ejercicios.

Estadística

Contexto: En una institución educativa se aplicó una prueba corta de diagnóstico en matemáticas para evaluar los conocimientos previos de los estudiantes de grado décimo. La prueba constaba de 10 preguntas y cada respuesta correcta equivalía a un punto, obteniendo una calificación final en una escala del 1 al 10. A continuación, se presentan las calificaciones obtenidas por **80 estudiantes**:



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

5	8	3	6	9	2	7	5	10	4
6	1	7	4	6	8	3	5	7	2
4	9	5	6	8	1	7	4	6	5
7	3	8	5	2	6	10	9	4	6
5	8	4	7	6	3	1	8	5	7
6	2	9	5	7	4	8	6	10	3
7	5	6	8	4	9	5	7	6	8
6	9	3	7	5	8	6	7	10	

Con base en los datos anteriores, realiza las siguientes actividades justificando claramente cada procedimiento:

1. Organización de la información: Construye una **tabla de frecuencias completa** para datos no agrupados (del 1 al 10) que incluya: frecuencia absoluta, frecuencia absoluta acumulada, frecuencia relativa, frecuencia relativa acumulada y porcentaje.

2. Medidas de Tendencia Central: Calcula la media (promedio), la mediana y la moda de las calificaciones.

- *Interpretación:* Redacta un párrafo donde expliques qué significa cada uno de estos tres valores en el contexto del desempeño del grupo en esta prueba.

3. Medidas de Dispersión: Calcula la varianza, la desviación estándar y el coeficiente de variación.



Institución Educativa

La Milagrosa

Medellín

Humanismo y tecnología para formar jóvenes
emprendedores y competentes

- *Interpretación:* Basándote en el coeficiente de variación, determina si el nivel de conocimientos del grupo es homogéneo (las notas son parecidas entre sí) o heterogéneo (hay mucha desigualdad en el rendimiento de los estudiantes). Justifica tu respuesta.

4. Representación Gráfica:

- Elabora un **diagrama de barras** utilizando las calificaciones (1 al 10) y sus respectivas frecuencias absolutas.
- Elabora un **diagrama circular** utilizando los porcentajes obtenidos en la tabla de frecuencias.

5. Análisis y Conclusiones (Responde con base en tus cálculos y gráficos):

- **a)** Si para considerar que un estudiante "aprobó" la prueba diagnóstica debe tener una calificación de 6 o superior, ¿qué porcentaje del grupo reprobó?
- **b)** Observando la forma de tu diagrama de barras y comparando el valor de la media con la mediana, ¿consideras que hay una tendencia hacia las calificaciones altas, hacia las bajas, o los datos están equilibrados en el centro? Explica por qué.
- **c)** Si el docente debe elegir entre realizar un repaso general desde cero para todo el grupo o hacer tutorías individuales solo para los casos más críticos, ¿qué decisión debería tomar basándose exclusivamente en el resultado de la *desviación estándar*?